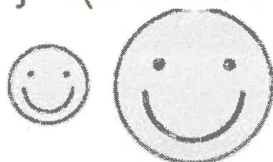


## Notes Chapitre 4 : Les Facteurs d'échelle et la similarité

### 4.1 Les Agrandissements et les Réductions p. 130

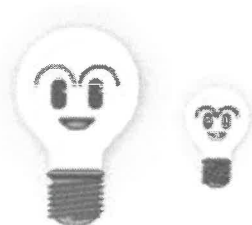
**Agrandissement** – une augmentation des dimensions d'un objet (2-D ou 3-D) par un **facteur constant**



-ex. toutes les dimensions de l'objet sont 2x plus grandes que les dimensions originales

$\times 2$   
 $\uparrow$   
f'd'e

**Réduction** – une diminution des dimensions d'un objet (2-D ou 3-D) par un **facteur constant**



-ex. toutes les dimensions sont 2x plus petites que les (**la moitié des**) dimensions originales

$\times 0,5$   
 $\uparrow$   
f'd'e

\*\*\*Un agrandissement ou une réduction est une figure qui a la même forme que la figure originale, mais dont les dimensions sont **proportionnellement plus grandes** (agrandissement) ou **plus petites** (réduction).\*\*\*

**Facteur d'échelle** – le facteur constant par lequel toutes les dimensions d'un objet sont agrandies ou réduites dans un diagramme à l'échelle

Facteur d'échelle	objet
$> 1$	objet a été <u>agrandi</u>
$< 1$	objet a été <u>réduit</u>



exemple : Les dimensions de ce rectangle ont été multipliées par 3.

- • Le **facteur d'échelle** est 3.

Il y a 2 méthodes pour agrandir ou réduire un objet :

- utiliser du papier quadrillé
- Mesurer les dimensions sur l'objet original et **multiplier**-les par le **facteur d'échelle**

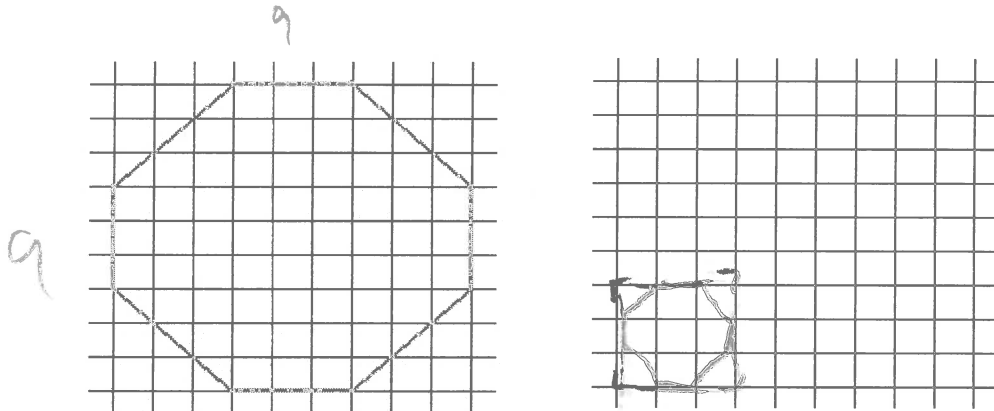
Facteur d'échelle :

- Le facteur constant par lequel toutes les dimensions sont agrandies ou réduites. On toujours MULTIPLIE par le facteur d'échelle pour trouver les dimensions agrandies ou réduits.

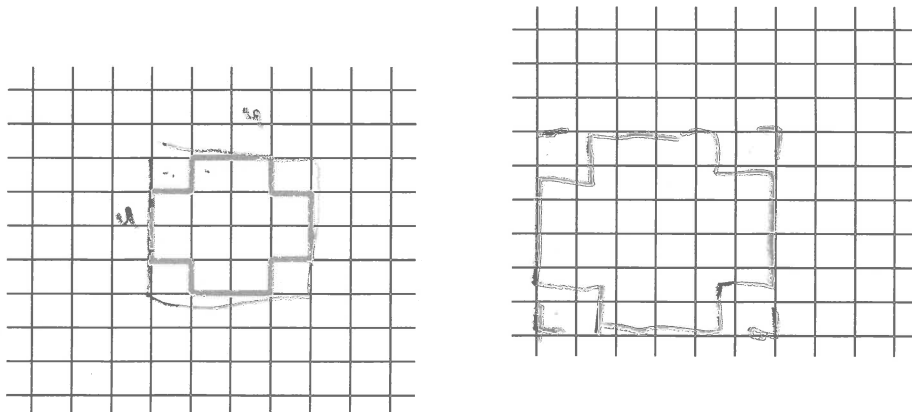
Ex1 : Si le dessin d'un crayon est d'une longueur de 24 cm mais le crayon est en réalité seulement 8cm. Quel est le facteur d'échelle du dessin?

*dessin 3x plus grand  
facteur d'échelle 3*

Ex2 : Dessine le nouveau dessin avec un facteur d'échelle de  $\frac{1}{3}$ .



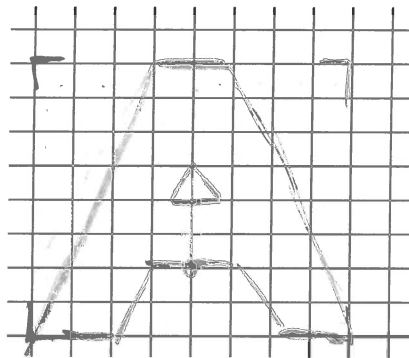
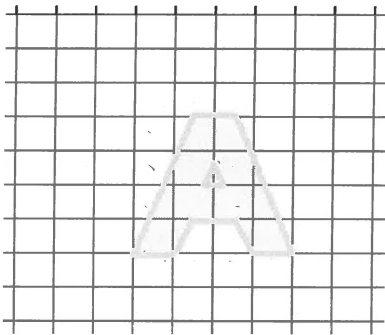
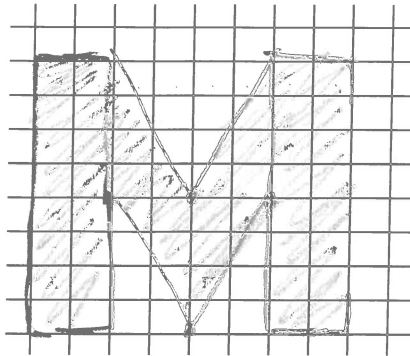
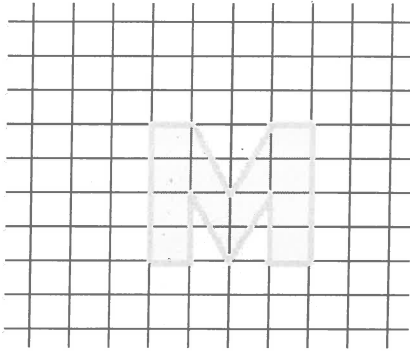
Ex3 : Utilise un facteur d'échelle de 1,5 pour dessiner la nouvelle forme.



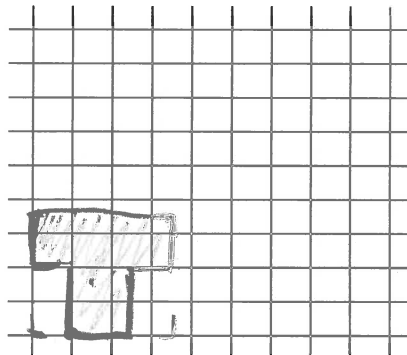
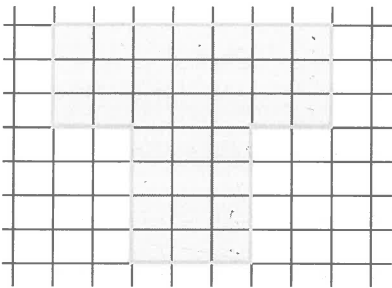
*2 x 1,5 = 3  
1 x 1,5*

### Diagrammes à l'échelle 4.1

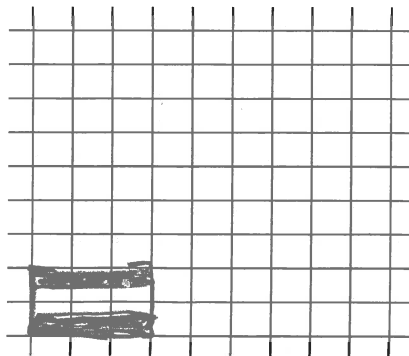
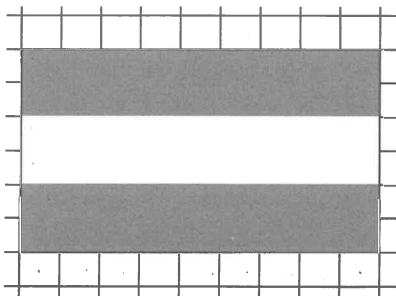
1. Utilise un facteur d'échelle de 2 pour agrandir chaque lettre :



2. Utilise un facteur d'échelle de 0,5 pour réduire la lettre suivante :

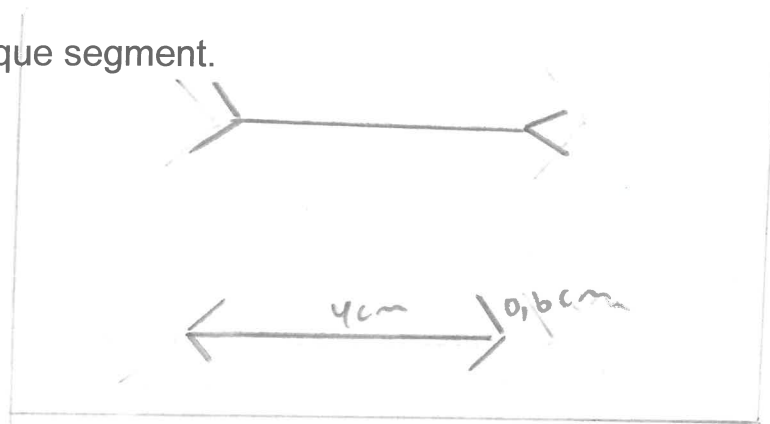
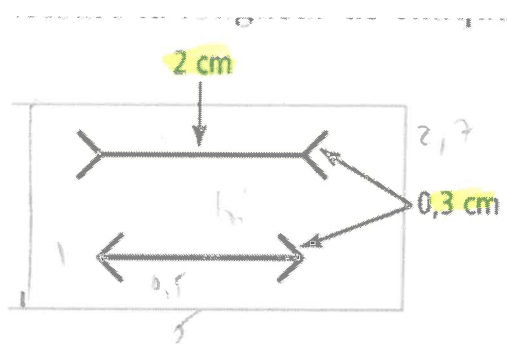


3. Dessine le drapeau suivant utilisant un facteur d'échelle de  $\frac{1}{3}$  :



## Méthode 2 : Facteur d'échelle - mesurer

1. Mesure la longueur de chaque segment.



2. Les dimensions de la nouvelle figure sont 2x plus grandes. • •  
Multiplie chaque longueur par un facteur d'échelle de 2 .

$$2 \times 2 = 4 \text{ cm}$$

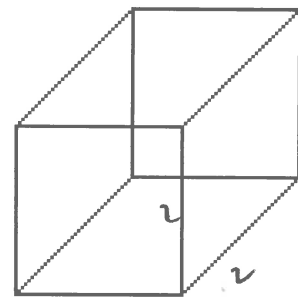
$$0,3 \times 2 = 0,6 \text{ cm}$$

• • Les segments de la figure agrandie mesurent 4 cm et 0,6 cm

3. Utilise les nouvelles longueurs pour dessiner l'agrandissement.

1. Mesure la longueur de chaque segment.

Type equation here.



2. Les dimensions de la nouvelle figure sont **2x plus petites.**<sup>2</sup>

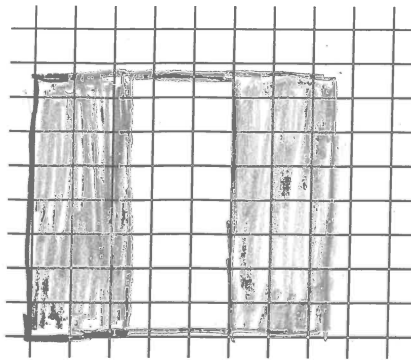
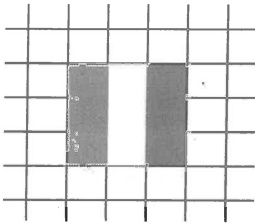
∴ Multiplie chaque longueur par un facteur d'échelle de 0,5

∴ Les segments de la figure réduite mesurent 1 2 x 0,5

3. Utilise les nouvelles longueurs pour dessiner la réduction.

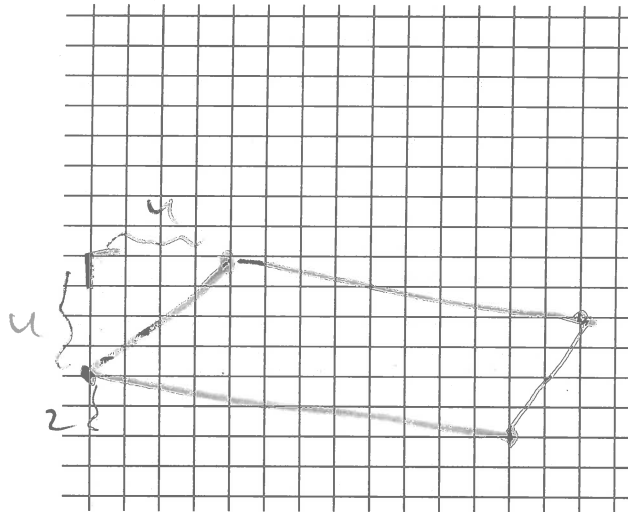
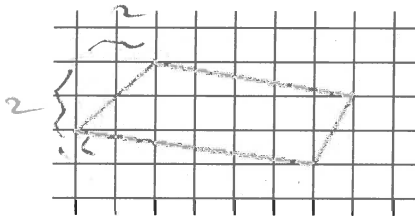


4. Agrandi ce drapeau utilisant un facteur d'échelle de 2,5 :



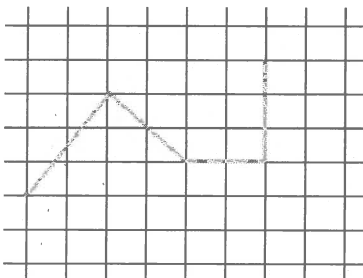
$$3 \times 2,5 = 7,5$$

5. Agrandi le quadrilatère suivant utilisant un facteur d'échelle de 2 :



6. Dessine les formes suivantes utilisant le facteur d'échelle donné :

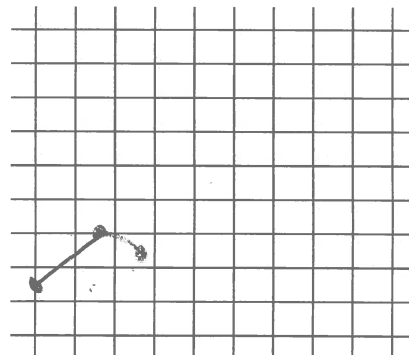
a) 40% des dimensions originales



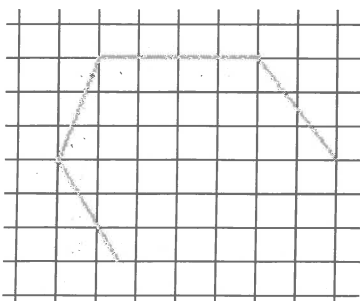
$$0,4(3) = 1,2$$

$$0,4(2) = 0,8$$

$$0,8 + 1,2 = 2$$



b) 150% des dimensions originales



$$\times 1,5$$

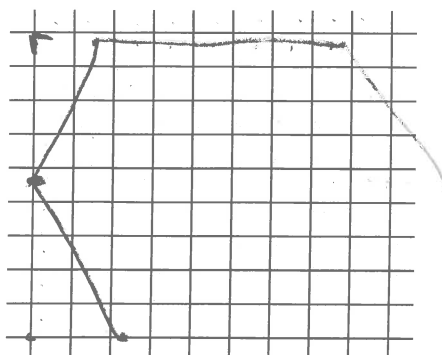
$$6 \times 1,5 = 9$$

$$4 \times 1,5 = 6$$

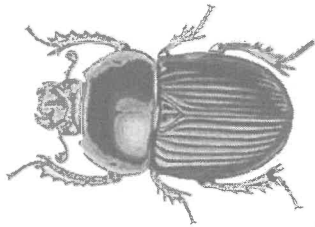
$$1,5 \times 1,5 = 2,25$$

$$4 \times 1,5 = 6$$

$$7 \times 1,5 = 10,5$$



add more lines



## 4.2 Les Diagrammes à l'Échelle p. 140

Un dessin ou diagramme à l'échelle est une image (dessin, schéma) qui représente un objet réel. C'est semblable à un figure ou un objet.. mais plus petit ou plus grand.

La **proportion** dans laquelle l'image est agrandie ou réduite par rapport à l'objet réel est appelée **l'échelle**. C'est le rapport entre la taille de l'image et la taille de l'objet réel. La proportion de l'objet réel doit être respectée. Il faut bien indiquer l'échelle de rapport quand on trace un diagramme à l'échelle.

**échelle de rapport** → **dessin: réel**

(toujours 1 → (le facteur qu'on multiplie le dessin pour trouver le réel)

exemple a:

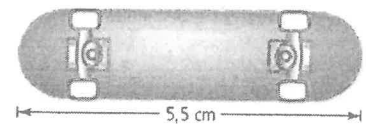
- Tu dessines des plans pour bâtir une niche pour ton chien.
- l'échelle de rapport est de 1:10
- • 1 cm dans ton dessin représenterait en réalité 10 cm sur la niche.



exemple 1:

Dans un diagramme à l'échelle d'une planche à roulettes, on a utilisé une **échelle de rapport 1:14**.

Quelle est la longueur de la planche à roulettes, si la longueur sur le diagramme à l'échelle est de 5,5 cm?



1:14 signifie que les dimensions réelles de l'objet sont 14 FOIS PLUS GRANDES que les dimensions sur le dessin

Méthode 1: **multiplier par le facteur d'échelle**

$$(5,5) \times (14) = 77 \text{ cm}$$

↑ longueur sur le dessin    ↑ multiplie    ↑ facteur d'échelle    ↑ réel

C'est un agrandissement/réduction alors le facteur d'échelle doit être > 1.

Supérieur à

Méthode 2: utiliser une proportion

proportion dessin  
réel

$$\frac{1}{14} = \frac{5,5}{y}$$

$$1(y) = (5,5)(14)$$

$$y = 77 \text{ cm}$$

Produit croisé

\*\*Faire MCOTS 1 p. 140 manuel (p. 13 livret)

exemple b: L'échelle permet d'établir une comparaison entre une distance sur une carte et la distance réelle.

Voilà une carte Google montrant Winnipeg et la région à l'ouest de la ville. Regarde attentivement la légende dans le coin inférieur gauche. L'échelle montre une distance réelle de 50 km. Quelle est la distance sur la carte?

1 cm  
(Il faut le mesurer).

On peut établir une proportion avec des unités différentes.

Alors 1 cm sur la carte représente 50 km réel. C'est l'échelle de la carte.

La carte est un diagramme à l'échelle.

Quelle est la distance réelle de Portage La Prairie à Winnipeg, selon la carte?

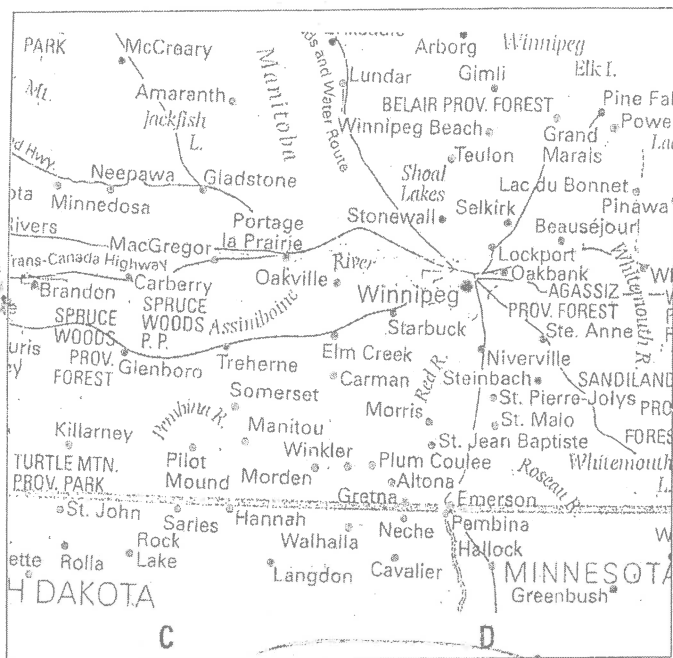
125 km  
(Mesure la distance sur la carte : 2,5 cm)  
Applique l'échelle pour la calculer.)

cm  
Km  
carte  
réel

$$\frac{2,5}{x} = \frac{1}{50}$$

$$x = 6,25(50)$$

$$x = 125 \text{ km}$$



échelle de rapport

1 : 50 000 000

0 50 100 150 200 250 km

1 cm : 50 km

10 cm : 500 km

1 km : 5 000 km

100 km : 500 000 km

1000 km : 5 000 000 km

10 000 km : 50 000 000 km

100 000 km : 500 000 000 km

1 000 000 km : 5 000 000 000 km

10 000 000 km : 50 000 000 000 km

100 000 000 km : 500 000 000 000 km

1 000 000 000 km : 5 000 000 000 000 km

10 000 000 000 km : 50 000 000 000 000 km

100 000 000 000 km : 500 000 000 000 000 km

1 000 000 000 000 km : 5 000 000 000 000 000 km

10 000 000 000 000 km : 50 000 000 000 000 000 km

100 000 000 000 000 km : 500 000 000 000 000 000 km

1 000 000 000 000 000 km : 5 000 000 000 000 000 000 km

On peut aussi employer cette échelle de rapport. C'est le même unité.

$$125 : (2,5) (5000000) = 125000000 \text{ cm}$$

Mais la réponse ne veut dire pas beaucoup parce qu'on ne mesure pas une grand distance en cm. Alors il faut convertir de cm à km. (1 km = 100 000 cm).  $125000000 \div 100000 = 1250 \text{ km}$

Dans une échelle cartographique, les rapports d'échelle sont basés sur différentes unités de mesure ; il faut donc être attentif afin d'écrire correctement les unités de mesure.

\*\*Faire MCOTS 2 p. 141 manuel (p. 13 livret)

$$1 : 125000000$$

$$1 \text{ cm} = 125 \text{ km}$$

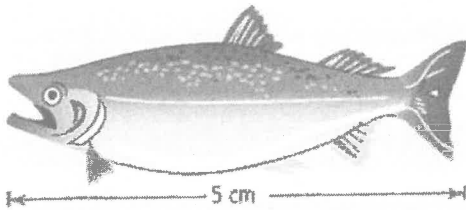
# 1. MCOTS p. 140

Réponse: (agrandissement : 1; 46 cm)

Méthode 1 ou 2 p. 11/12 – au choix

(Indice: Agrandissement ou réduction? Facteur d'échelle <1 ou >1?)

L'échelle du dessin de ce saumon quinnat est de 1 : 9,2



Calcule la longueur réelle du saumon.

proportion

$$\frac{1}{9,2} = \frac{5}{x}$$

$$x = 5(9,2)$$

$$x = 46 \text{ cm}$$

réelle

ou: dessin réel

multi-par facteur d'échelle

$$(5)(9,2)$$

$$= 46 \text{ cm}$$

réelle

# 2. Montre ce que tu Sais p. 141

Réponse: a) 1 cm représente 180 km

b) 1 : 18 000 000 (1 cm : 18 000 000 cm), ou 1 cm : 180

La distance à vol d'oiseau entre Dawson et Whitehorse est de 540 km. Sur la carte, cette distance est de 3 cm.

a) Complète cet énoncé pour exprimer en mots l'échelle de la carte. Échelle: 1 cm représente: 180 km

b) Exprime l'échelle de rapport de 2 façons: cm à km et aussi avec la même unité. (1 km = 100 000 cm)



3 cm représente 540 km  
1 cm représente 180 km

$$\frac{3}{540} = \frac{1}{x} \quad \text{cm dessin} \quad \frac{1}{x} \quad \text{km réel}$$

$$3x = 540$$

$$x = 180$$

$$1 \text{ cm} = 180 \text{ km}$$

$$1 : 18 \text{ 000 000}$$

# 3. Montre ce que tu Sais

(réponse >1; a) 2,5 b) 4,8

Sur un schéma, 4,8 cm sur le dessin représentent 12 cm réel. a) Quelle est son facteur d'échelle pour agrandir le dessin? (le facteur d'échelle doit être > 1 pour agrandir) b) Quel est le rapport de l'échelle? l'échelle de rapport 2

a) facteur d'échelle =  $\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} = \frac{1}{x} = \frac{4,8}{12}$

On multiplie 4,8 par 2,5 pour agrandir.

$$\frac{12}{4,8} = \frac{4,8 \times}{4,8}$$

$$2,5 = x$$

b) dessin = réel  
 $\frac{4,8}{12} = \frac{1}{x}$   
 $4,8 \div 12 = 0,4$   
 $1 \div 0,4 = 2,5$

ou grand petit =  $\frac{12}{4,8} = 2,5$



Exemple 2: Déterminer le facteur d'échelle et l'échelle de rapport.

Le diamètre d'une pièce canadienne de 25¢ est égal à 23,88 mm.

a) Calcule le facteur d'échelle utilisé pour dessiner la pièce. B) Aussi trouve le rapport d'échelle. Arrondis ta réponse au dixième près.

Réponse:

a) C'est un agrandissement/réduction alors le facteur d'échelle va être < 1.

1. Mesure le diamètre du dessin de la pièce.

(Convertis tout en mm. (1 cm = 10 mm))

2. Fixe une proportion avec l'échelle est les mesures.

Facteur d'échelle d'un agrandissement : $\frac{\text{grand}}{\text{petit}}$	Facteur d'échelle d'une réduction : $\frac{\text{petit}}{\text{grand}}$
> 1	< 1

3. Divise l'échelle pour trouver le facteur d'échelle.

- Diamètre d'un 0,25\$ = 23,88 mm
- Diamètre du dessin d'un 0,25\$ = 2 cm = 20 mm

réduction  $\rightarrow \frac{\text{petit}}{\text{grand}} = \frac{20}{23,88} = 0,8375$  < 1 réduction

On a multiplié le diamètre réel par 0,8375 pour dessiner la réduction du 25¢.

b) Pour trouver l'échelle de rapport POUR UNE RÉDUCTION, divise « 1 » par le facteur d'échelle.

$\frac{1}{\text{facteur}} = \frac{1}{0,8375} = 1,194$

Autre méthode: écrit l'échelle de rapport avec le dessin et réel puis divise les deux par le nombre du dessin (parce qu'une échelle de rapport est toujours 1 : \_\_\_\_\_)

Échelle de rapport : 1 : 1,194

dessin : réel  
(toujours 1)  $\rightarrow$  (le facteur qu'on multiplie le dessin pour trouver le réel)

(On a multiplié la réduction par ce facteur pour trouver la réel 20 (1,194) = 23,88)

En général, pour calculer le facteur d'échelle ...

-on mesure deux côtés sur le dessin et les deux côtés correspondants dans la réalité.

-Ensuite on calcule le rapport entre la mesure prise sur le dessin et la mesure réelle.

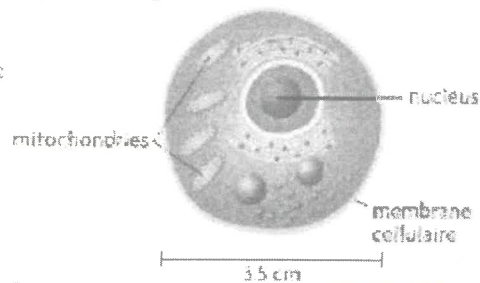
-Le rapport pour chaque paire de côtés correspondants doit être identique.

Faire MCQTS 3 p. 8 livret

<1 agrandissement; <1 réduction

Essaie :

1. Le diamètre de la cellule animale représentée par ce dessin à l'échelle est en réalité 0,25 mm. Quel facteur d'échelle a été employé pour faire ce dessin à l'échelle ?



*agrandissant > 1*

35 mm

facteur: *grand*  $\frac{35}{0,25} = 140$  *La cellule a été multipliée par un facteur d'échelle de 140*

2. Détermine si le <sup>dessin à l'échelle</sup> ~~diagramme original~~ sera plus grand ou moins grand que le ~~dessin à l'échelle~~ <sup>diagramme original</sup> après application du facteur d'échelle.

- a) facteur d'échelle : 112% *Fois 1,12*  $> 1$  plus grand  
c) facteur d'échelle :  $\frac{1}{4}$   $< 1$  moins grand  
b) facteur d'échelle : 0,75  $< 1$  moins grand

- 3 Déterminez la valeur de  $x$  dans les proportions suivantes. La solution détaillée est exigée.

a)  $\frac{1}{7} = \frac{x}{147}$

$\frac{147}{7} = \frac{7x}{7}$   
 $21 = x$

b)  $\frac{3}{5} = \frac{81}{x}$

$\frac{3x}{3} = \frac{405}{3}$   
 $x = 135$

- 3 À partir de la longueur du dessin et l'échelle donnée, déterminer la longueur réelle de cette cuillère. (2 point)



*agrandissant  
∴ 4 est le  
facteur  
d'échelle.*

$4(3,5) = 14 \text{ cm}$   
*longueur réelle  
14 cm*

$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} = \frac{1}{4} = \frac{3,5}{x}$   
 $x = 4(3,5)$   
 $x = 14 \text{ cm}$

## Diagrammes à l'échelle 4.2

1. Résous les équations suivantes :

a)  $\frac{1}{3} = \frac{x}{144}$   $144 = 3x$   $48 = x$  b)  $\frac{1}{x} = \frac{5,2}{117}$   $5,2x = 117$   $x = 22,5$  c)  $\frac{1}{9} = \frac{x}{117}$   $117 = 9x$   $13 = x$  d)  $\frac{1}{12} = \frac{10,5}{x}$   $x = 126$

2. Calcule la valeur inconnue dans chaque proportion.

a)  $\frac{1}{8} = \frac{78}{624}$   $624 = 8x$  b)  $\frac{1}{50} = \frac{25,2}{x}$   $x = 1260$  c)  $\frac{1}{0,6} = \frac{58}{x}$   $x = 34,8$   
d)  $\frac{1}{80} = \frac{15,3}{1224}$   $15,3x = 1224$  e)  $\frac{1}{75} = \frac{86}{6450}$   $75x = 6450$  f)  $\frac{1}{0,3} = \frac{5,6}{1,68}$   $1,68 = 5,6x$

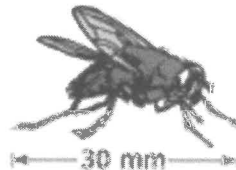
3. Calcule la longueur réelle de chaque objet.

a) L'image de ce scooter est à une échelle de 1 : 20. 70 cm



(3,5)(20)

b) L'image agrandie de cette mouche est à une échelle de 1 : 0,3. 9 mm



30(0,3)

4. Détermine le facteur d'échelle.

a)  $\frac{0,5}{106} = \frac{53}{106}$

b)  $\frac{0,06}{15} = \frac{0,9}{15}$

c)  $\frac{0,12}{850} = \frac{17}{850}$

d)  $\frac{0,25}{24,8} = \frac{6,2}{24,8}$

e)  $\frac{0,7}{24} = \frac{18}{24}$

f)  $\frac{0,8}{37,5} = \frac{30}{37,5}$

5. Un ordinateur portable mesure 39,5 cm de large.

Calcule le facteur d'échelle utilisé pour produire son image. Exprime ta réponse au dixième près.  $\sim 0,1063$



4,2 cm  
 $1 \div 9,4 = 0,1063$

6. Il faut rouler 650 km en auto. Sur une carte, cette distance mesure 4 cm.

a) Exprime l'échelle de la carte en mots. 1 cm représente x km

b) Quel est le facteur d'échelle? Exprime ta réponse au dixième près. 162,5

$\frac{cm}{km} \quad \frac{4}{650} = \frac{1}{x}$   $1cm = 162,5 km$   
ou

$4x = 650$   
 $x = 162,5$   $1 : 162500$

7. Calcul la longueur réelle de chaque objet :

- a) Un dessin d'un autobus est de 4cm de longueur et l'échelle est 1 : 302,5. Quelle est la longueur de l'autobus en mètres?

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{4}{x} = \frac{1}{302,5}$$
 ou facteur d'échelle 302,5  
 $4(302,5)$   
 $x = 4(302,5) \quad x = 1210 \text{ m}$

- b) La photo d'un moustique est 32mm de longueur et l'échelle utilisée est 1 : 0,5.

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{32}{x} = \frac{1}{0,5}$$
 ou :  
 $32(0,5) = 16 \text{ mm}$

La photo d'une baleine est de 5cm de longueur et l'échelle utilisée est 1 : 280. Quelle est la longueur de la baleine en mètres?

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{5}{x} = \frac{1}{280}$$
 ou :  $(280)(5)$   
 $x = 5(280) = 1400 \text{ cm ou 14 m}$

- c) Dans une photo, la bâtisse mesure 6cm et l'échelle utilisée est 1 : 2125. Trouve sa grandeur en mètres.

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{6}{x} = \frac{1}{2125}$$
 ou  $6(2125)$   
 $x = 6(2125)$   
 $x = 12750 \text{ cm} = 127,5 \text{ m}$

8. Trouve l'échelle utilisé dans les cas suivants :

- a) Un dessin d'une planche à roulette est de 4cm, la longueur réelle est 166cm.

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{4}{166} = \frac{1}{x}$$
 ou  $4 \div 166 = 0,02$   
 échelle 1 : 50  
 ou  $\frac{1}{0,02} = 50$   
 facteur d'échelle

- b) Dans une photo, une fille mesure 6,4cm et en réalité elle mesure 110,5cm.

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{6,4}{110,5} = \frac{1}{x}$$
 ou  $0,06$

- c) La distance entre point A et point B sur une carte est 5cm. La distance réelle est 800km. (Indice : 1km = 100 000cm)

$$\frac{\text{cm}}{\text{km}} \quad \frac{5}{800} = \frac{1}{x}$$
 ou  $1 \text{ km} = 100000 \text{ cm}$   
 $\frac{5}{800} = \frac{1}{160000}$   
 $1 : 160000$

- d) Une bactérie mesure 0,000 1 mm et dans un microscope elle mesure 5mm.

$$\frac{\text{dessin}}{\text{réel}} \quad \frac{5}{0,0001} = \frac{1}{x}$$
 ou  $50000$   
 ou  $\frac{5}{0,0001} = 50000$   
 ou  $\frac{5}{0,0001} = 50000$   
 ou  $\frac{5}{0,0001} = 50000$

9. Un rectangle mesure 12cm sur 16cm. On l'agrandi de façon à ce que son aire soit 1200cm<sup>2</sup>.

a) Trouve les nouvelles dimensions du rectangle

$$\boxed{\begin{array}{c} 192 \\ 12 \end{array}} \begin{array}{c} 16 \\ \text{aire} = 192 \end{array}$$

$$30 \times 40 = 1200$$

$$\boxed{\begin{array}{c} 1200 \\ 30 \end{array}} \begin{array}{c} 40 \end{array}$$

b) Trouve l'échelle utilisée. 2,5

$$12 \cdot 2,5 = 30$$

$$16 \cdot 2,5 = 40$$

$$\frac{192}{1200} = 0,16$$

$$\frac{1}{0,16} = 6,25$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{6,25}$$

$$x = 2,5$$

$$12x \cdot 16x = 1200$$

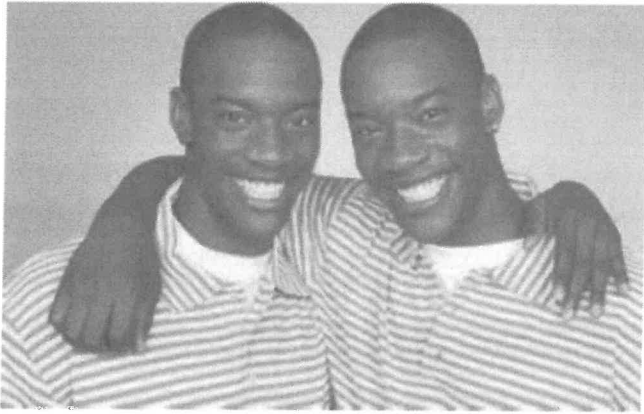
$$192x^2 = 1200$$

$$\sqrt{192} \quad \sqrt{192}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{6,25}$$

$$x = 2,5$$

## Les facteurs d'échelle et la similarité 4.3 4.4



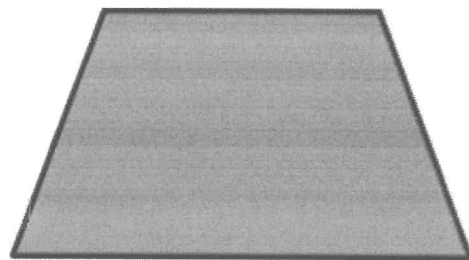
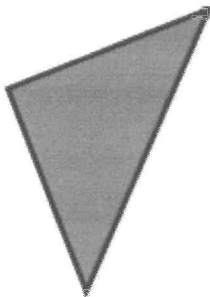
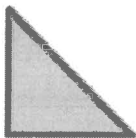
### La semblance

- Même forme, mais les dimensions différentes
- Ont des angles correspondants de même mesure et des côtés correspondants proportionnel

Angles  
et  
Côtés

Correspondants

*multiplié par  
le même  
facteur  
d'échelle*



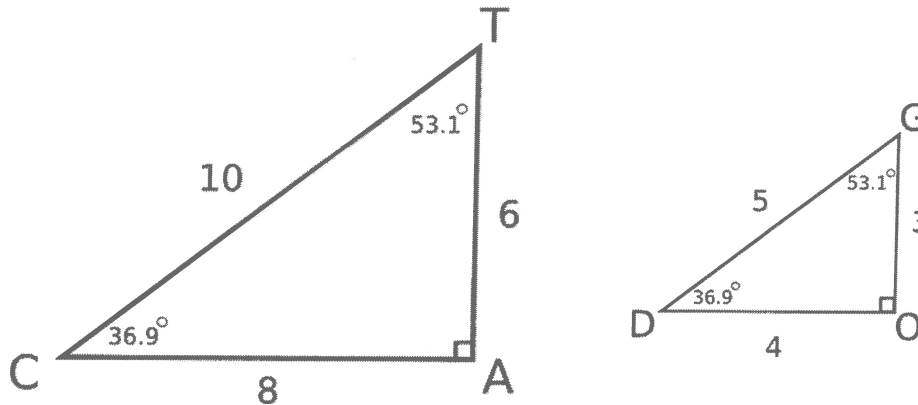
Ont la même position relative dans deux  
figures géométriques

### 4.3 Les Triangles Semblables p. 146

Les Triangles Semblables ont la même forme mais pas toujours la même taille.

Voilà un exemple des triangles semblables.

Considère...



Compare la mesure de  $\angle T$  et  $\angle G$ . 53,1

Compare la mesure de  $\angle C$  et  $\angle D$ . 36,9

Compare la mesure de  $\angle A$  et  $\angle O$ . 90

(les angles correspondants)

Qu'est-ce que tu remarques?

Les mesures des angles correspondants des 2 triangles sont égaux.

Trouve les rapports simplifiés de  $\frac{GO}{TA}$ ,  $\frac{OD}{AC}$ ,  $\frac{DG}{TC}$  les mêmes  
congruents

(chaque rapport a des côtés correspondants)

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Qu'est-ce que tu remarques? rapports égaux

Les côtés correspondants sont proportionnels.

(Le rapport simplifié pour chaque pair de côtés des 2 triangles est le même.)

On **MULTIPLIE** chaque côté d'un triangle par le même nombre (le facteur d'échelle) pour trouver les côtés de l'autre triangle. Si l'autre triangle est **plus petit**, le facteur d'échelle qu'on multiplie serait < 1. Si l'autre triangle est **plus grand**, le facteur d'échelle qu'on multiplie serait > 1.

## 4.3 p. 146 Les Triangles Semblables

\*Les triangles (ou polygones) sont semblables si:

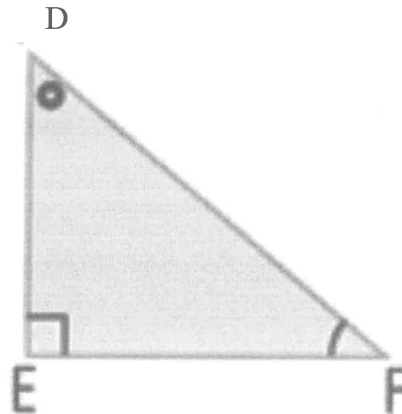
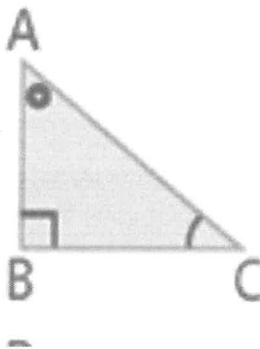
- Les mesures de tous les angles correspondants sont les mêmes
- Les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles

\*Les figures semblables ont:

- la même forme, mais avec les dimensions proportionnelles
- les angles correspondants de même mesure
- côtés correspondants proportionnels

\*Les angles ou côtés correspondants sont:

- la même position relative dans deux figures géométriques



Angles correspondants:

$\angle A$  et  $\angle D$

$\angle B$  et  $\angle E$

$\angle C$  et  $\angle F$

} ÉGAUX

Côtés correspondants:

$\overline{AB}$  et  $\overline{DE}$

$\overline{BC}$  et  $\overline{EF}$

$\overline{AC}$  et  $\overline{DF}$

} proportionnels

Pour prouver que les triangles sont semblables, c'est assez de savoir que les 2 ou 3 paires d'angles correspondants ont la même mesure (AA ou AAA) OU que les 3 paires de côtés sont proportionnelles (sont tous multipliés par le même facteur d'échelle).

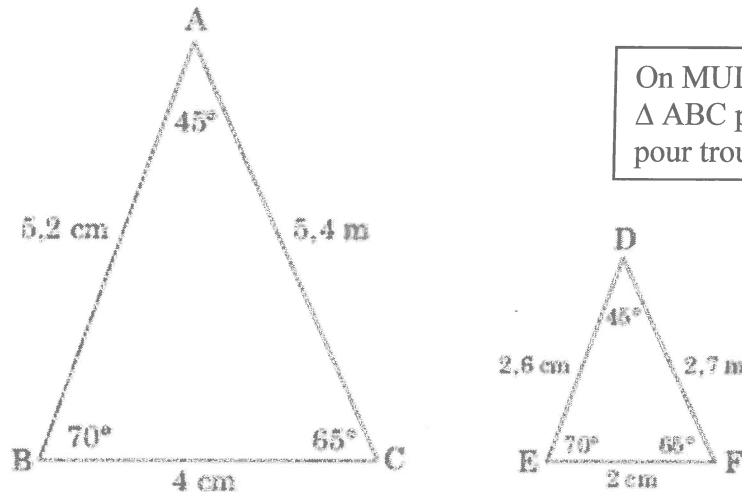


# La Relation de Similitude

**Note :** Les triangles semblables ont la même forme si leurs angles ont la même mesure.

## Exemple 1

Le triangle ABC est semblable au triangle DEF  
(la relation de similitude s'écrit  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ).



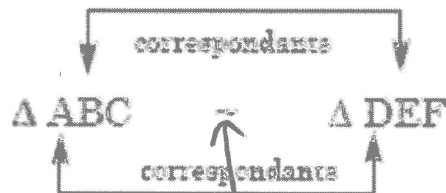
On MULTIPLIE tous les longueurs de  $\Delta ABC$  par le facteur d'échelle 0,5 pour trouver les longueurs de  $\Delta DEF$ .

*réduction  
facteur d'échelle  
1/2*

$\angle A \cong \angle D$ ,  $\therefore \angle A$  et  $\angle D$  sont des angles correspondants.  
 $\angle B \cong \angle E$ ,  $\therefore \angle B$  et  $\angle E$  sont des angles correspondants.  
 $\angle C \cong \angle F$ ,  $\therefore \angle C$  et  $\angle F$  sont des angles correspondants.

Dans cet exemple, les angles correspondants des triangles ABC et DEF ont la même mesure; par conséquent,  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ .

**Note :** En utilisant la notation  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ , il faut s'assurer d'écrire les paires d'angles correspondants dans le même ordre.

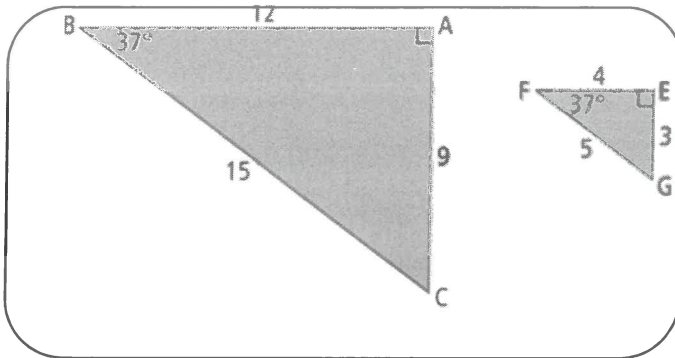


*"semblable à"*

*un "tilde"*

Exemple 1 p. 147: Identifier des triangles semblables

Détermine si le  $\triangle ABC$  est semblable au  $\triangle EFG$ .



Les triangles sont semblables si:

- les angles correspondants sont

égaux

OU

- les côtés correspondants sont

proportionnels

(C'est assez de vérifier l'un ou l'autre pour prouver que les triangles sont semblables.)

Angles – c'est assez de prouver 2 paires égales (AA) ou 3 paires (AAA)

$$\angle B = \angle F = 37^\circ$$

$$\angle A = \angle E = 90^\circ$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EFG \text{ (AA)}$$

$$\angle C = 180 - 37 - 90 = 53^\circ$$

$$\angle G = "$$

Côtés proportionnels: -compare pour chaque côté:  $\frac{\text{petit}}{\text{grand}}$  ou  $\frac{\text{grand}}{\text{petit}}$

-si chaque rapport (simplifié) a la même réponse, les côtés sont proportionnels.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{BC}{FG} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\frac{AC}{EG} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFG \text{ (3 paires de côtés proportionnels)}$$

Toujours **respecter l'ordre des lettres**: écrire les lettres de chaque triangle avec les paires d'angles correspondants dans le même ordre)

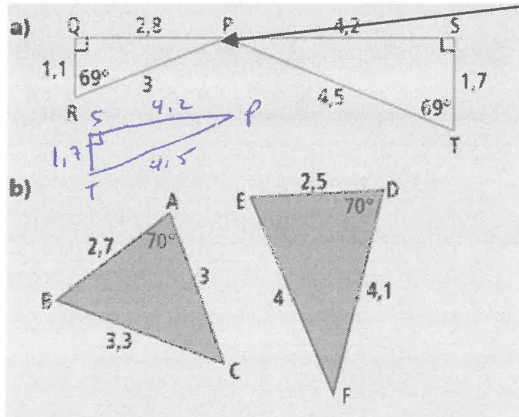
MCQTS p. 148 (a oui b non)

**Les triangles de chaque pair sont-ils semblables? Pourquoi?**

(Prouver que 2 ou 3 paires d'angles correspondants sont égaux OU que les 3 paires de côtés sont proportionnelles.) **S'ils sont semblables, trouve le facteur d'échelle. Aussi écrit la relation de similitude.**

(indice: Subit une rotation d'une triangle pour que les deux sont de la même vue

pour facilement trouver les angles et côtés correspondants).



$$a) \frac{SQ}{QR} = \frac{PS}{SP} = \frac{PT}{RP} = \frac{1.1}{1.7} = \frac{4.2}{2.8} = \frac{4.5}{3} = 1.5$$

$$\text{facteur d'échelle} = 1.5$$

$$\angle R = \angle T = 69^\circ$$

$$\angle Q = \angle S = 90^\circ$$

$$\triangle QPR \sim \triangle STP \text{ (AA)}$$

b) On ne sait pas qu'une paire d'angles =

$$\frac{2.5}{2.7} = 0.925, \frac{4}{3} = 1.33, \frac{4.1}{3.3} = 1.24$$

pas proportionnel. Non.

**Exemple 2: Utiliser les triangles semblables pour déterminer la longueur d'un côté p.**

148

**a) Est-ce que les triangles sont semblables?**

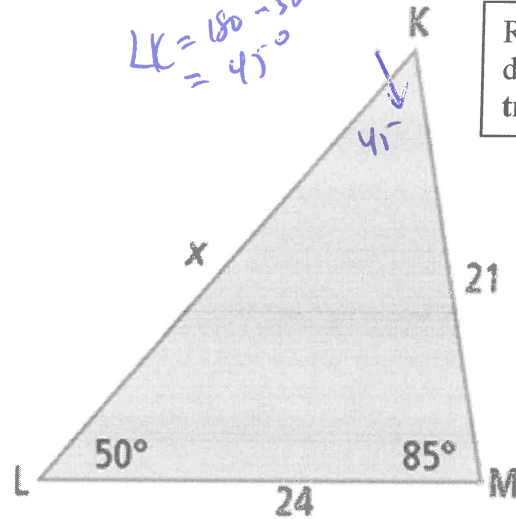
Les triangles sont semblables si l'une de ces 2 conditions est satisfaite:

- les  $\angle$ s correspondants sont  $\cong$

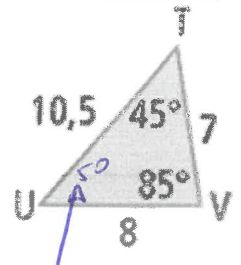
**ou**

- les côtés correspondants sont proportionnelles

(C'est assez de vérifier l'un **ou** l'autre pour prouver que les triangles sont semblables.)



Rappel: la somme des angles d'un triangle est  $180^\circ$



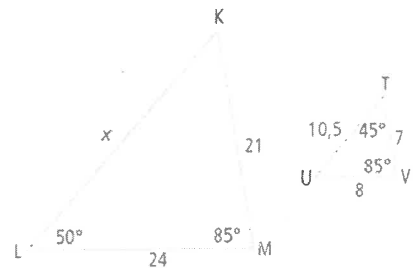
$$\angle L = \angle U = 50^\circ$$

$$\angle M = \angle V = 85^\circ$$

$$\angle K = \angle T = 45^\circ$$

ou  $\therefore \triangle KLM \sim \triangle TUV$  (AAA)

b) Trouve la mesure du côté  $\overline{KL}$



### Méthode 1: utiliser le facteur d'échelle

Écris les rapports que tu sais pour trouver le facteur d'échelle.

(Écris les rapports pour que le facteur d'échelle qu'on MULTIPLIE est  $>1$  pour agrandir et  $<1$  pour réduire)

$\frac{\text{grand}}{\text{petit}}$  ou  $\frac{\text{petit}}{\text{grand}}$

agrandir 10,5

$$\frac{KM}{TV} = \frac{21}{7} = 3$$

$$\frac{LM}{UV} = \frac{24}{8} = 3$$

facteur d'échelle = 3.

$$TU = 10,5$$

$$LK = (10,5) \times (3) = 31,5$$

tu fais le facteur d'échelle

$$LK = 31,5$$

### Méthode 2: utiliser une proportion

$\triangle KLM \sim \triangle TUV$

$$\frac{KL}{TV} = \frac{LM}{UV} = \frac{KM}{TU}$$

$$\frac{x}{10,5} = \frac{24}{8} = \frac{21}{7}$$

$$8x = 24(10,5)$$

$$8x = 252$$

$$x = 31,5 = KL$$

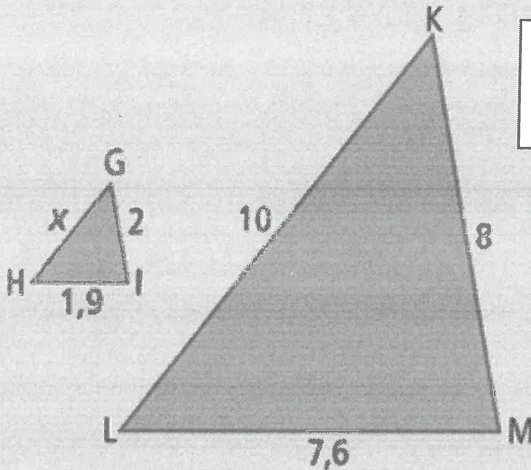
1. Écris le rapport de similitude.
2. Écris les 3 rapports de côtés proportionnels en employant les lettres des triangles.. dans le même ordre
3. Substitue les valeurs (et le "x" des côtés des triangles)
4. Choisis deux rapports et fais **produit croisé** pour trouver « x ».

## Montre ce que tu sais p. 149

Réponses: a)  $x = 2,5$  b)  $x = 9,9$

Résous ces problèmes avec la **similitude** : trouve le facteur d'échelle et multiplie-le par le côté correspondant pour trouver la cote inconnue **OU** écris les 3 paires de côtés correspondants (les proportions) et trouve l'inconnu en trouvant le produit croisé.

- a)  $\triangle GHI \sim \triangle KLM$ . Quelle est la valeur de  $\overline{GH}$ ?  
Arrondis ta réponse au dixième près.



Trouve « x » avec méthode 1 –  
**multiplie** par le facteur  
d'échelle

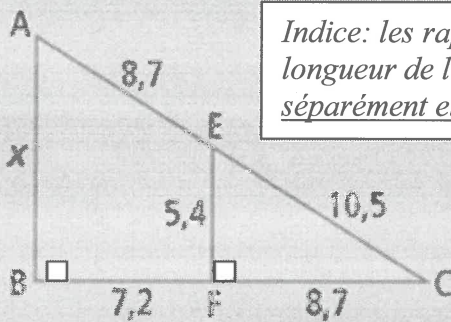
$$\frac{2}{8} = 0,25$$

$$\frac{1,9}{7,6} = 0,25$$

(appel: réduction alors  $d'e < 1$ )

$$10(0,25) = 2,5$$

- b)  $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ . Quelle est la valeur de  $\overline{AB}$ ?  
Arrondis ta réponse au dixième près.



Indice: les rapports viennent des longueurs des côtés – 8,1 n'est pas la longueur de l'hypoténuse du grand triangle). Trace les 2 triangles séparément et écrit les les longueurs.

Trouve « x » avec méthode 2 –  
**les proportions**

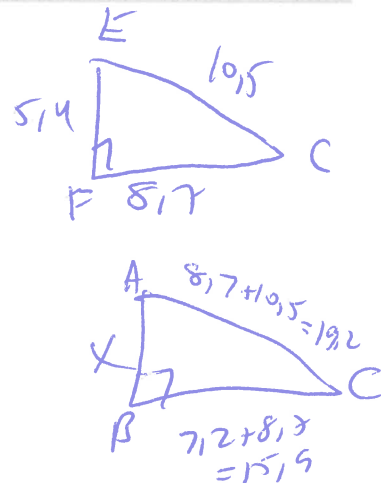
$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FC} = \frac{AC}{EC}$$

$$\frac{x}{5,4} = \frac{15,9}{8,7} = \frac{19,2}{19,5}$$

$$8,7x = (5,4)(15,9)$$

$$\frac{8,7x}{8,7} = \frac{85,86}{8,7}$$

$$x = 9,9$$



# Les Triangles Semblables

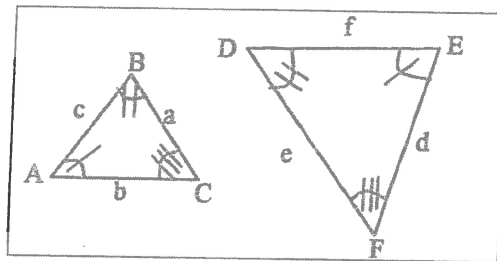
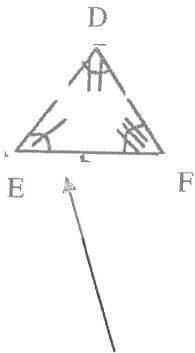
(25)

Nom \_\_\_\_\_

Pour chaque paire de triangles, **détermine s'ils sont semblables.**

- Écris les paires d'angles correspondants égaux ou les paires de côtés correspondants proportionnelles (ensuite substitue les rapports des nombres pour indiquer que le facteur d'échelle est la même pour les 3 paires de côtés)
- indique la raison qu'ils sont semblables (AAA ou AA ou les **côtés proportionnels**)
- Si les triangles sont semblables, indique le rapport de similitude.

(\*\*attention à l'ordre des lettres majuscules dans la notation pour indiquer les angles congrus)



exemple :

$$\angle A = \angle E$$

$$\angle B = \angle D$$

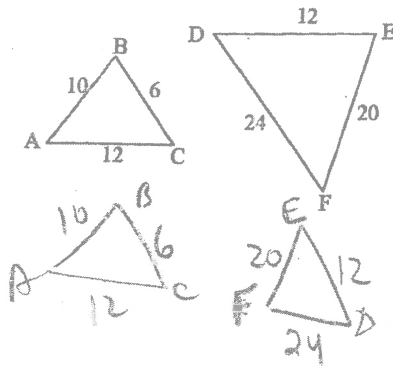
$$\angle C = \angle F$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDF$$

raison: AAA

(s'il t'aides, trace encore le 2e triangle au même direction que l'originale pour mieux comparer les angles et côtés correspondants)

1.



$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

$$\frac{10}{20} = \frac{6}{12} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle FED$$

Raison: **côtés proportionnels**

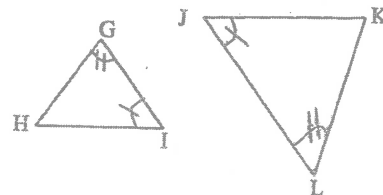
2.

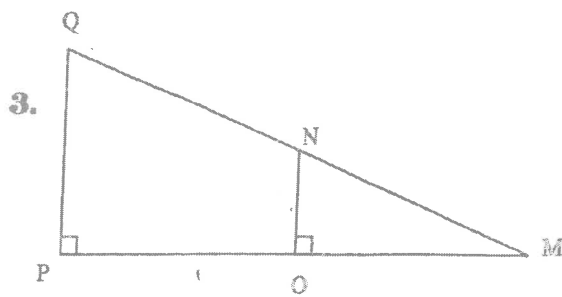
$$\angle G = \angle L$$

$$\angle I = \angle J$$

$$\therefore \triangle GHI \sim \triangle LKJ$$

Raison: **AA**

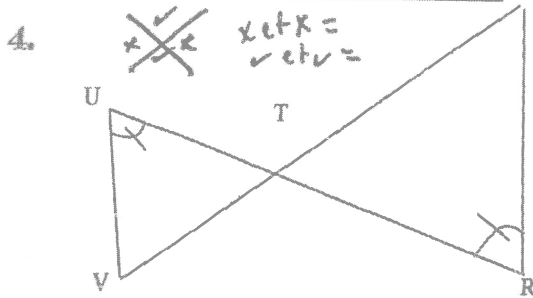




$$\therefore \triangle QMP \sim \triangle NMO$$

Raison: A.A

#4 indice: trouve les angles opposés par le sommet



$$\angle U = \angle K$$

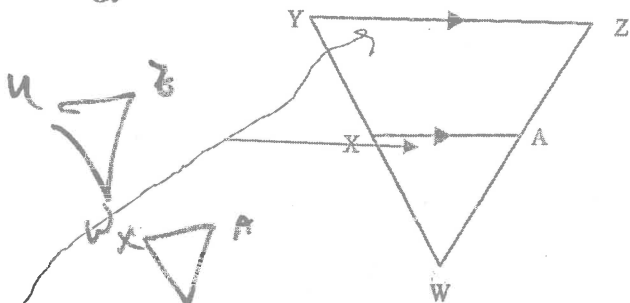
$$\angle VTU = \angle STK$$

(les opposés par le sommet)

$$\therefore \triangle UVT \sim \triangle KST$$

Raison: A.A

5.



$$\angle ZYX = \angle YZW \text{ (alt. corr.)}$$

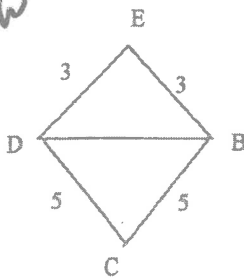
$$\angle YZW = \angle XAW$$

$$\angle W = \angle W$$

$$\therefore \triangle WYZ \sim \triangle WXA$$

Raison: A.A.A

6.



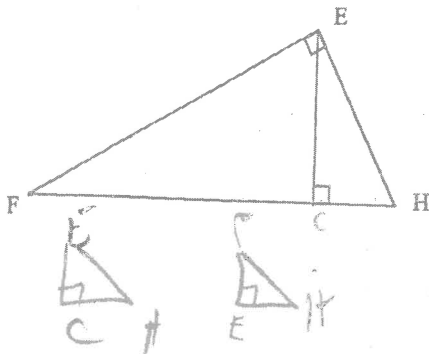
$$\frac{DE}{DC} = \frac{EB}{CB}$$

mais  $DB = DB$   
 $\frac{DB}{DB} = 1$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle BCD$$

Raison: tous les 3 côtés correspondants ont des facteurs différents

7.



$$\angle FEH = \angle ECH$$

$$\angle E = \angle E = 90^\circ$$

$$\angle H = \angle H$$

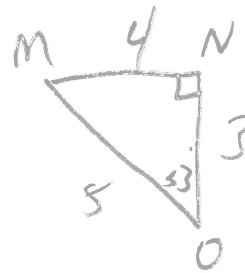
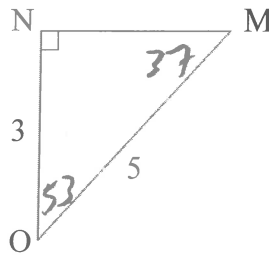
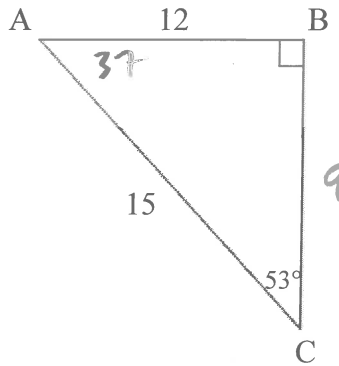
$$\therefore \triangle FEH \sim \triangle ECH$$

Raison: A.A

#5 indice: droites parallèles : trouve les angles internes correspondants qui sont égaux



Essayons.. : 1. Si,  $\triangle ABC \sim \triangle MNO$



a) Trouve les côtés et les angles correspondants.

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NO} = \frac{AC}{MO}$$

$$\angle B = \angle N = 90^\circ$$

$$\angle C = \angle O = 53^\circ$$

$$\angle M = \angle A = 180 - 90 - 53 = 37^\circ$$

Trouve la valeur des côtés et angles qui manquent

$$\frac{12}{MN} = \frac{BC}{3} = \frac{15}{5}$$

f d'e = 3 pour  
afinir.  
0,3 pour  
réduire

$$5 BC = 45$$

$$BC = 9$$

$$\frac{12}{MN} = \frac{15}{5}$$

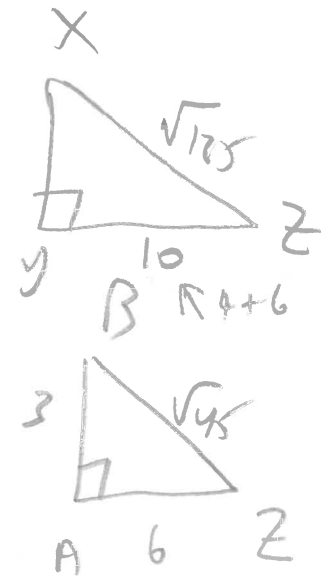
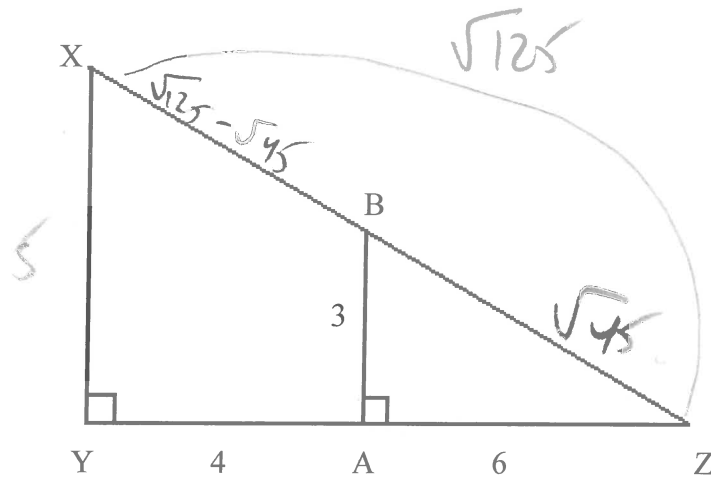
$$60 = 15 MN$$

$$4 = MN$$

ou Pythagore



2.



a) Nomme les 2 triangles semblables.

$$\triangle ABZ \sim \triangle XYZ \quad (\text{AA}) \quad \angle Z = \angle Z$$

$$\angle BAZ = \angle XYZ = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{YZ} = \frac{BZ}{XZ} = \frac{AZ}{YZ}$$

b) Trouve les longueurs suivantes :

$$\frac{3}{YZ} = \frac{BZ}{XZ} = \frac{6}{10}$$

↑  
4+6

$XY = 5$

$$\frac{3}{XY} = \frac{6}{10}$$

$$30 = 6 \times XY$$

$$BZ = \sqrt{45}$$

$$3^2 + 6^2 = BZ^2$$

$$9 + 36 = BZ^2$$

$$\sqrt{45} = BZ$$

$$\sqrt{45} = BZ$$

$BX = 4.47$

$$5^2 + 10^2 = XZ^2$$

$$25 + 100 = XZ^2$$

$$\sqrt{125} = XZ$$

$$\sqrt{125} = XZ$$

$$BX = \sqrt{125} - \sqrt{45}$$

$$= 4.47$$

ou grand petit  $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$$\left(\frac{5}{3}\right)(3) = 5$$

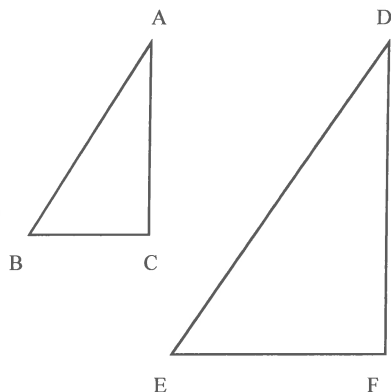
## Les triangles semblables(4.3)

1. Si deux triangles sont semblables, que peut-on dire au sujet des leurs angles? Que peut-on dire au sujet des leurs côtés?

*proportionnels*

*égaux*

2. Nomme les angles correspondants et les côtés correspondants des triangles suivants : *si  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$*

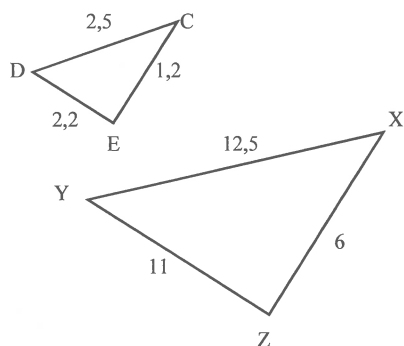


*semblables*

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle D \\ \angle B &= \angle E \\ \angle C &= \angle F \end{aligned}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE}$$

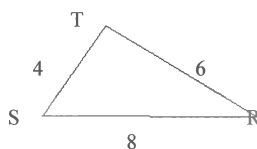
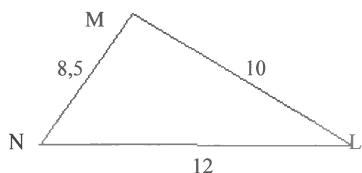
3. Utilise des calculs pour démontrer que les triangles suivants sont semblables ou non.



$$\begin{aligned} \frac{2,5}{12,5} &= 0,2 & \frac{2,2}{11} &= 0,2 & \frac{1,2}{6} &= 0,2 \end{aligned}$$

*OUI*

4. Utilise des calculs pour démontrer que les triangles suivants sont semblables ou non.



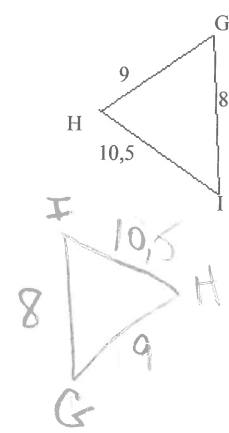
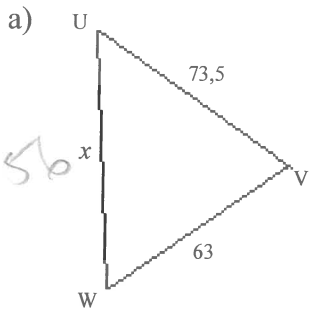
$$\frac{8,5}{4} = 2,125$$

$$\frac{12}{8} = 1,5$$

*non*

*semblables*

5. Nomme les angles correspondants et les côtés correspondants des triangles suivants et ensuite trouve la valeur qui manque ~~si les 2 triangles sont semblables~~.



$$\frac{UV}{HI} = \frac{73.5}{10.5} = 7$$

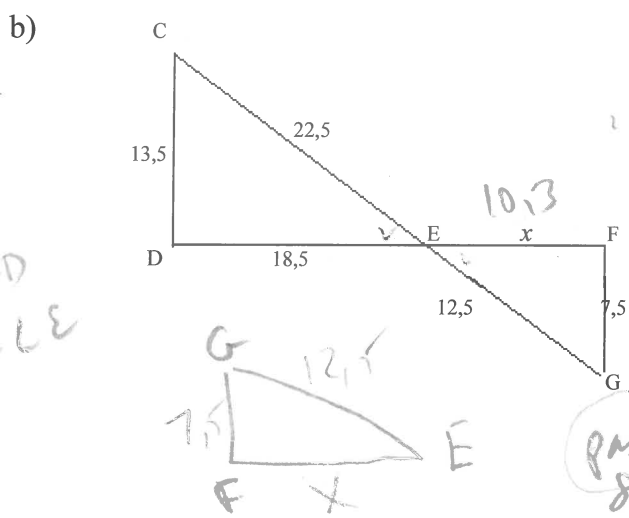
$$\frac{WV}{HG} = \frac{63}{9} = 7$$

$$\frac{UW}{GI} = 7$$

$$(17)(8) = 56$$

$$UW = 56$$

$\angle U = \angle I$   
 $\angle W = \angle G$   
 $\angle V = \angle H$



$$\frac{EF}{EC} = \frac{10.3}{22.5} = 0.457$$

$$\frac{FG}{CD} = \frac{7.5}{13.5} = 0.555$$

$$(18.5)(0.5) \approx 9.25$$

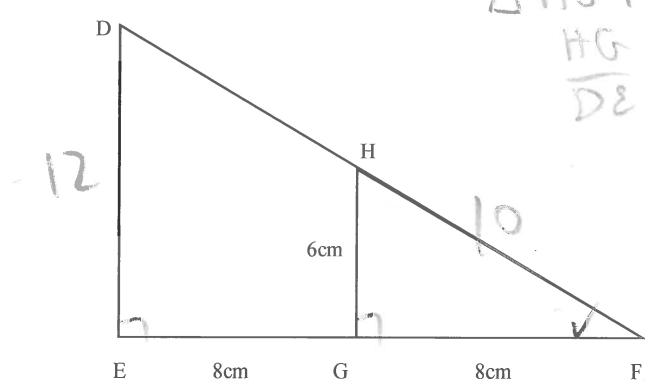
$$\approx 10.3$$

*pas donné qu'ils sont les triangles rectangles alors pas Pyth.*

6. Répond les questions suivantes utilisant les rapports. N'utilisez PAS le théorème de pythagore.

- a) Trouve la longueur de ED. *12cm*  
 b) Trouve la longueur de HF. *10cm*  
 c) Trouve la longueur de HD. *10cm*

$\angle DEF = \angle HGF = 90^\circ$



$\triangle HGF \sim \triangle DEF$

$$\frac{HG}{DE} = \frac{GF}{EF} = \frac{HF}{DF}$$

$$6^2 + 8^2 = HF^2$$

$$36 + 64 = HF^2$$

$$10 = HF$$

$$\frac{6}{DE} = \frac{8}{16} = \frac{HF}{DF}$$

$$8b = 8DE$$

$$12 = DE$$

$$HD = DF - HF$$

$$= 20 - 10$$

$$HD = 10$$

$$\frac{8}{16} = \frac{10}{DF}$$

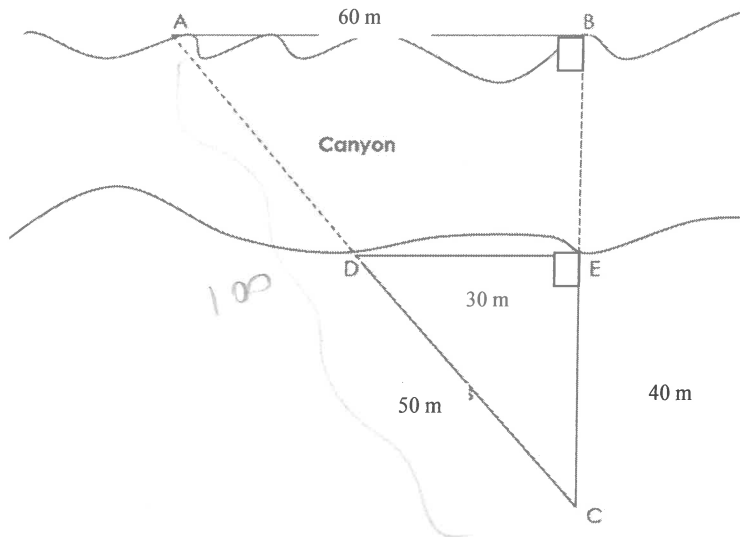
$$8DF = 160$$

$$DF = 20$$

Exemple 4 : Utiliser les triangles semblables pour résoudre les problèmes



1. Deux randonneurs veulent mesurer la distance à travers un canyon. Ils voient deux blocs de roches (A et B) à l'autre côté du canyon. De leur côté de 2 points directement opposé, ils estiment que la distance entre les deux roches est de 60 mètres. Ensuite un des randonneurs se tient à un point (C). De ce point, l'autre randonneur mesure les distances qui forment  $\triangle CDE$  (selon le schéma ci-dessous). Quelle est la distance (AD) à travers le canyon?



1. Étiquette le diagramme avec et «x» pour la longueur à travers le canyon que tu cherches.

2. Prouve que les 2 triangles sont semblables et écrit le rapport de similitude.

$$\begin{aligned} \angle C &= \angle C \text{ (même angle)} \\ \angle CED &= \angle CBA = 90^\circ \\ \triangle CED &\sim \triangle CBA \text{ (AA)} \end{aligned}$$

3. Écris les rapports des côtés proportionnels. Remplis les valeurs que tu sais. Trouve AC à l'aide de produit croisé et algèbre.

$$\begin{aligned} \frac{CE}{CB} &= \frac{ED}{BA} = \frac{CD}{CA} \\ \frac{40}{CB} &= \frac{30}{60} = \frac{50}{CA} \\ 30CA &= 3000 \\ CA &= 100 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{ou: } \frac{AB}{DE} = \frac{60}{30} = 2$$

$$50(2) = 100 \text{ m}$$

4. Trouve la distance à travers le canyon (AD) en soustrayant CD de AC.

$$\begin{aligned} AD &= AC - DC \\ AD &= 100 - 50 \\ AD &= 50 \text{ m} \end{aligned}$$

La distance à travers le canyon est 50m

Diagram of a frame structure. A sloped member AD is supported by a pin at A. A distributed load of  $150 \text{ lb/ft}$  acts perpendicular to AD. A horizontal member BC is attached to AD at B. A point load of  $80 \text{ lb}$  acts vertically at B. The horizontal span is  $5.5 \text{ ft}$ . The structure is supported by a roller at E. The height DE is labeled  $X$ .

28